FACULDADE DE CIÊNCIAS E TECNOLOGIA
UNIVERSIDADE NOVA DE LISBOA
Departamento de Física

Física I

Momento Linear - Resolução

Questões:

Q1 - Pode o centro de massa de um corpo situar-se fora do corpo? Em caso afirmativo, dê exemplos.

Todos conhecemos exemplos de corpos em que o centro de massa se situa fora do corpo. Um exemplo é o de um corpo homogéneo em forma de "donut"perfeito. Neste caso, o centro de massa encontra-se no centro geométrico, que está fora do corpo.

Q2 - O gráfico seguinte apresenta a posição, em função de tempo, de um corpo com massa $500\,\mathrm{g}$, num movimento unidimensional. Desenhe o correspondente gráfico do valor do momento linear em função do tempo. Inclua uma escala apropriada no eixo vertical.

Vamos utilizar a relação, válida para o movimento unidimensional,

$$\begin{aligned} p &= mv \\ &= m\frac{dx}{dt} \end{aligned}$$

O valor da velocidade, constante, entre os instantes $t = 0$ e $t = 2\,\mathrm{s}$ é

$$\begin{aligned} v &= \frac{x(2\,\mathrm{s}) - x(0\,\mathrm{s})}{2\,\mathrm{s} - 0\,\mathrm{s}} \\ &= \frac{10\,\mathrm{m} - 0\,\mathrm{m}}{2\,\mathrm{s} - 0\,\mathrm{s}} \\ &= 5.0\,\mathrm{m/s}. \end{aligned}$$

Nesse intervalo de tempo, o valor do momento linear é

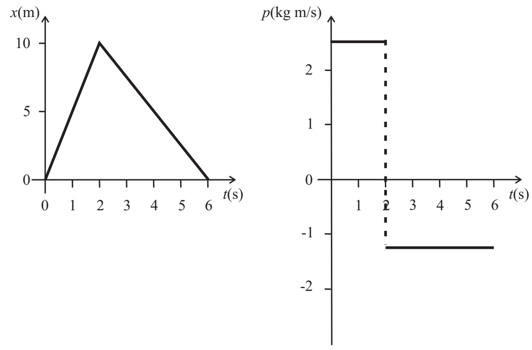
$$\begin{aligned} p &= mv \\ &= 0.500\,\mathrm{kg} \times 5.0\,\mathrm{m/s} \\ &= 2.50\,\mathrm{kg\,m/s} \end{aligned}$$

Analogamente, entre os instantes $t = 2\,\mathrm{s}$ e $t = 6\,\mathrm{s}$ o valor da velocidade, também constante, é

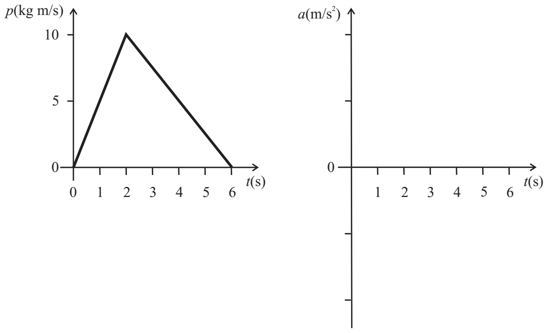
$$\begin{aligned} v &= \frac{x(6\,\mathrm{s}) - x(2\,\mathrm{s})}{6\,\mathrm{s} - 2\,\mathrm{s}} \\ &= \frac{0\,\mathrm{m} - 10\,\mathrm{m}}{6\,\mathrm{s} - 2\,\mathrm{s}} \\ &= -2.5\,\mathrm{m/s}, \end{aligned}$$

e o correspondente valor do momento linear é

$$\begin{aligned} p &= mv \\ &= 0.500\,\mathrm{kg} \times (-2.5\,\mathrm{m/s}) \\ &= -1.25\,\mathrm{kg\,m/s} \end{aligned}$$



Q3 - O gráfico seguinte apresenta o valor do momento linear, em função de tempo, de um corpo com massa $500\,\mathrm{g}$, num movimento unidimensional.. Desenhe o correspondente gráfico da aceleração em função do tempo. Inclua uma escala apropriada no eixo vertical.



Podemos utilizar a relação, válida para movimento unidimensional, entre o momento linear e a aceleração:

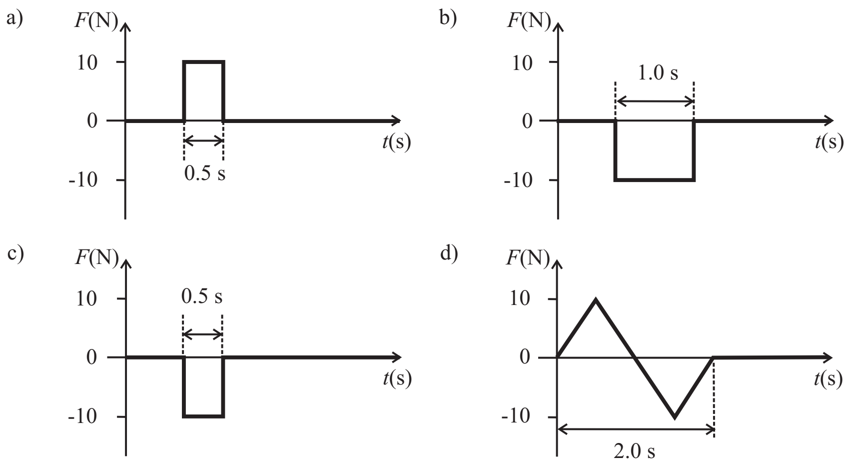
$$\frac{dp}{dt} = ma,$$

de onde

$$a = \frac{1}{m}\frac{dp}{dt}.$$

O gráfico obtém-de de modo análogo ao anterior.

Q4 - Um corpo com massa $2\,\mathrm{kg}$ move-se numa trajectória rectilínea no sentido positivo do eixo dos x com velocidade de módulo $1\,\mathrm{m/s}$, quando sofre o impulso da força na direcção do movimento, cujo sentido é descrito, em cada caso, pelos gráficos. Qual é o módulo e o sentido da velocidade do corpo após sofrer este impulso?



O impulso é é o integral, relativamente ao tempo, da força exercida sobre o corpo:

$$\vec{J} = \int \vec{F}\,(t)\,dt.$$

Da 2.^{a} Lei de Newton, $\vec{F} = \dfrac{d\vec{p}}{dt}$, em que $\vec{F}$ é a força exercida sobre o corpo e $\vec{p}$ o momento linear deste, resulta

$$\begin{aligned}
\vec{F}\,(t)\,dt &= d\vec{p} \\
\int \vec{F}\,(t)\,dt &= \int d\vec{p} \\
\vec{J} &= \Delta\vec{p} = \vec{p}_f - \vec{p}_i,
\end{aligned}$$

em que $\vec{p}_i$ e $\vec{p}_f$ representam os valores do momento linear do corpo, imediatamente antes e imediatamente depois de lhe ser aplicada a força $\vec{F}$. Concluímos assim que, se o corpo tinha inicialmente velocidade $\vec{v}_i$, a sua velocidade final é

$$\vec{v}_f = \vec{v}_i + \frac{\vec{J}}{m}.$$

No caso presente, sendo o movimento rectilíneo, e considerando que a força aplicada tem a direcção do movimento, esta equação assume a forma escalar

$$v_f = v_i + \frac{J}{m}.$$

O sinal que afecta cada grandeza indicará o sentido que essa grandeza possui. Vamos arbitrar como positivo o sentido da velocidade inicial. Assim,

$$v_i = 1\,\mathrm{m/\,s}.$$

a) Neste caso,

$$\begin{aligned}
J &= 10\,\mathrm{N} \times 0.5\,\mathrm{s} \\
&= 5.0\,\mathrm{N\,s}
\end{aligned}$$

e

$$\begin{aligned}
v_f &= 1\,\mathrm{m/\,s} + \frac{5.0\,\mathrm{N\,s}}{2\,\mathrm{kg}} \\
&= 3.5\,\mathrm{m/\,s}
\end{aligned}$$

d) Aqui $J = 0$e, consequentemente $v_f = v_i$.

Q5 - Num parque de diversões, as pessoas são convidadas a tentar derrubar um poste de madeira, atingindo-o com uma bola. Pode ser escolhida uma bola de borracha, que ressalta muito facilmente ou uma bola de plasticina, de massa igual, que fica colada ao alvo. Suponha que pode atirar as bolas com velocidade inicial igual (e pontaria igual). Só pode ter uma tentativa.

a) Qual das bolas escolheria? Porquê?

b) Considere a situação com maior cuidado. Ambas as bolas possuem a mesma componente horizontal do momento linear, p_{ix}, imediatamente antes de atingir o poste. A bola de plasticina fica colada, a bola de borracha ressalta com velocidade de módulo aproximadamente igual ao que tinha antes do choque. Qual é a componente do momento linear imediatamente após o choque de cada bola?

Bola de plasticina: $p_{fx} =$ **_______________; Bola de borracha:** $p_{f_x} =$**_______________**
Atenção: Teve em conta o sinal da componente do momento linear?

c) Qual é a variação do momento linear de cada bola?

Bola de plasticina: $\Delta p_x =$ **_______________; Bola de borracha:** $\Delta p_x =$**_______________**

d) Qual das bolas sofre impulso de maior módulo durante a colisão? Justifique.

e) Partindo da 3.ª Lei de Newton, o impulso que a bola exerce no poste é igual em módulo, mas de sentido oposto, ao impulso que o poste exerce na bola. Qual é a bola que exerce no poste impulso de maior módulo?

f) Concorda ainda com a sua resposta à alínea a)? Se não, como é que a altera? Justifique.

Q6 - Uma bola pequena e leve, L, e uma bola grande e pesada, G, aproximam-se uma da outra, colidem e separam-se.

a) Compare a força que L exerce em G com a força que G exerce em L, ou seja, $F_{\rm LG}$ é maior, menor ou igual a $F_{\rm GL}$? Justifique.

As forças que L exerce em G e G exerce em L constituem um par de acção e reacção, consequentemente

$$\vec{F}_{\rm LG} = -\vec{F}_{\rm GL}$$

e, no que respeita aos módulos,

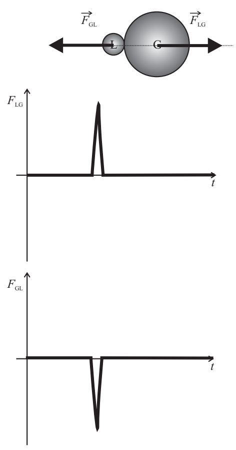
$$F_{\rm LG} = F_{\rm GL}.$$

b) Compare o intervalo de tempo durante o qual L sofre uma força com o intervalo de tempo durante o qual G sofre uma força. São iguais ou um é maior do que o outro?

Estes intervalos de tempo são iguais e correspondem ao intervalo de tempo de duração da colisão.

c) Desenhe um gráfico plausível, mostrando a força $F_{\rm LG}$ em função do tempo e outro gráfico plausível, mostrando a força $F_{\rm GL}$ em função do tempo. Não se esqueça do sinal de cada força.

Considerando como positivo o sentido da força $\vec{F}_{\rm LG}$,



d) Compare o impulso fornecido a L com o impulso fornecido a G.

Sendo t_i e t_f os instantes em que se inicia e termina a colisão, o impulso fornecido a L é

$$\begin{aligned}\vec{J}_{\mathrm{L}} &= \int_{t_i}^{t_f} \vec{F}_{\mathrm{GL}}(t)\,dt \\ &= \int_{t_i}^{t_f} -\vec{F}_{\mathrm{LG}}(t)\,dt \\ &= -\vec{J}_{\mathrm{G}}.\end{aligned}$$

Consequentemente, $\vec{J}_{\mathrm{L}} = -\vec{J}_{\mathrm{G}}$.

e) Compare a variação do momento linear de L com a variação do momento linear de G.

A variação do momento linear de L é

$$\begin{aligned}\Delta\vec{p}_{\mathrm{L}} &= \vec{J}_{\mathrm{L}} \\ &= -\vec{J}_{\mathrm{G}} \\ &= -\Delta\vec{p}_{\mathrm{G}}.\end{aligned}$$

Portanto as variações dos momentos lineares dos dois corpos são simétricas.

f) Compare a variação da velocidade de L com a variação da velocidade de G.

A partir do resultado da alínea anteriorm,

$$\begin{aligned}\Delta\vec{p}_{\mathrm{L}} &= m_{\mathrm{L}}\Delta\vec{v}_{\mathrm{L}} \\ &= -\Delta\vec{p}_{\mathrm{G}} \\ &= -m_{\mathrm{G}}\Delta\vec{v}_{\mathrm{G}}.\end{aligned}$$

Consequentemente,

$$\Delta\vec{v}_{\mathrm{L}} = -\frac{m_{\mathrm{G}}}{m_{\mathrm{L}}}\vec{v}_{\mathrm{G}}.$$

g) Qual é a variação da soma dos momentos lineares das duas bolas? É positiva, negativa ou nula?

O facto de as variações dos momentos lineares dos dois corpos serem simétricas é equivalente à conservação do momento linear total dos dois corpos. Com efeito,

$$\begin{aligned}\Delta\vec{p}_{\mathrm{L}} &= -\Delta\vec{p}_{\mathrm{G}} \\ \Delta\vec{p}_{\mathrm{L}} + \Delta\vec{p}_{\mathrm{G}} &= \vec{0} \\ \vec{p}_{\mathrm{L}} + \vec{p}_{\mathrm{G}} &= \mathrm{c.}^{\mathrm{te}}\end{aligned}$$

Portanto, a variação da soma dos momentos lineares das duas bolas é nula.

Q7 - Para responder às questões seguintes, faça um diagrama da situação "antes"e "depois", defina as quantidades relevantes para a resolução, identifique os dados e as grandezas desconhecidas. Em ambos os casos os movimentos são unidimensionais.

a) O Daniel desliza no seu "skate"numa trajectória rectilínea, com velocidade de $4\,\mathrm{m/s}$. De repente, salta do "skate"para trás, passando este último a deslocar-se com velocidade de $8\,\mathrm{m/s}$.Qual é a velocidade do Daniel quando toca no solo? A massa do Daniel é de $50\,\mathrm{kg}$ e a do "skate"é de $5\,\mathrm{kg}$.

b) Conduzindo carrinhos de feira, o José colide directamente na traseira do carro do Noé, quando ambos se deslocavam no mesmo sentido. Imediatamente antes da colisão, a velocidade do Noé era de $1.8\,\mathrm{m/s}$, enquanto que a do José era de $2.0\,\mathrm{m/s}$. A massa total do Noé e do seu carro é de $80\,\mathrm{kg}$, enquanto que a do José mais o seu carro é de $100\,\mathrm{kg}$. Imediatamente após o choque, o carro do Noé move-se para a frente com velocidade de $2.0\,\mathrm{m/s}$. Qual é o módulo e o sentido da velocidade do José após o choque?

Q8 - Quando se larga uma bola ela cai - aumentando o módulo da sua velocidade e o módulo do seu momento linear. Neste processo, o momento linear conserva-se?

a) Responda a esta questão na perspectiva de o sistema ser constituído apenas pela bola.

Se o sistema é constituído apenas pela bola, existe uma força exterior a ser exercida no sistema, a força gravítica da Terra. Consequentemente, com a resultante das dorças exteriores é não nula, o momento linear do sistema (a bola) não se conserva.

b) Responda a esta questão na perspectiva de o sistema ser constituído pela bola mais a Terra.

Sendo o sistema constituído pela bola mais a Terra, as forças envolvidas, a força gravítica da Terra sobre a bola e a força gravítica da bola sobre a Terra, são internas. Consequentemente a resultante das forças exteriores que se exercem no sistema é nula e o momento linear do sistema (bola+Terra) conserv-se durante o movimento.

Q9 - Se dois objectos colidem estando um deles inicialmente em repouso, será possível que ambos fiquem em repouso depois da colisão? Será possível que um deles fique em repouso depois da colisão? Explique.

Numa colisão, o momento linear total dos objectos que colidem conserva-se, porque as forças envolvidas são apenas forças interiores ao sistema constituído por esses corpos, ou seja, o momento linear total do sistema imediatamente antes da colisão é igual ao momento linear total do sistema imediatamente após a colisão.

Assim, num referencial em que um dos objectos está em repouso antes da colisão, o momento linear total do sistema imediatamente antes da colisão não pode ser nulo (porque o momento linear do outro objecto tem que ser diferente de zero, senão nunca havia colisão). Consequentemente, imediatamente depois da colisão o momento linear total não pode ser nulo, o que impede uma situação em que os dois objectos ficassem em repouso após a colisão.

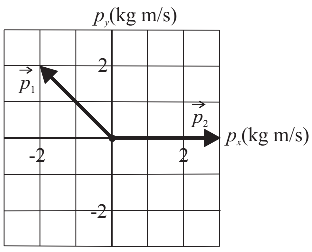
Pelo mesmo raciocínio, a conservação do momento linear total do sistema não impede que um dos objectos fique em repouso depois da colisão, desd e que o outro objecto não fique em repouso.

Q10 - Um atirador dispara uma espingarda estando de pé com a parte de trás da espingarda encostada ao ombro. Sendo o momento linear da bala, apontando para a frente, igual ao momento linear da espingarda, que aponta para trás, por que é que é menos perigoso ser atingido pela espingarda do que pela bala?

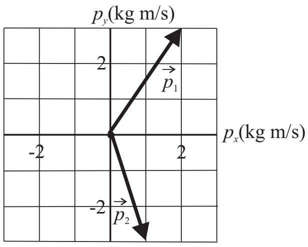
Q11 - Uma patinadora está parada de pé num rinque de gelo sem atrito. Um amigo atira-lhe um Frisbee directo a ela. Em qual dos seguintes casos se dá a maior transferência de momento para a patinadora? (i) ela agarra o Frisbee e segura-o; (ii) ela apanha o Frisbee momentaneamente mas deixa-o cair; (iii) ela apanha o Frisbee e atira-o de volta ao amigo.

Q12 - Um ovo cru deixado cair no chão parte-se após o impacto. Contudo, um ovo cru deixado cair sobre um colchão de espuma de uma altura de cerca de 1 m ressalta sem partir. Porque é que tal é possível?

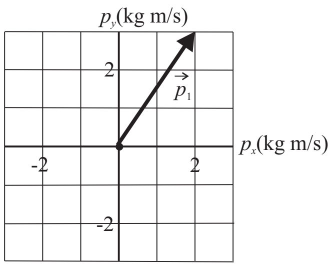
Q13 - Um objecto, inicialmente em repouso, explode em três fragmentos. Os vectores momento linear de dois dos fragmentos estão representados no gráfico. Desenhe o vector momento linear, $\vec{p}_3$, do terceiro fragmento.



Q14 - Um objecto, inicialmente em repouso, explode em três fragmentos. Os vectores momento linear de dois dos fragmentos estão representados no gráfico. Desenhe o vector momento linear, $\vec{p}_3$, do terceiro fragmento.



Q15 - Uma bola, com massa $500\,\mathrm{g}$ desloca-se para a direita com velocidade de módulo $4.0\,\mathrm{m/s}$, colide com outra bola, que está em repouso, e ressalta. O gráfico mostra o vector momento linear, $\vec{p}_1$, da primeira bola imediatamente após a colisão. Desenhe o vector momento linear, $\vec{p}_2$, da segunda bola, imediatamente após a colisão.



Problemas:

P1 - Um bola com massa de $60\,\mathrm{g}$ é deixada cair de uma altura de $2.0\,\mathrm{m}$. Ela ressalta até uma altura de $1.8\,\mathrm{m}$. Qual a variação do seu momemto linear durante a colisão com o chão?

Imediatamente antes da colisão.

$$\vec{p}_i = m\vec{v}_i$$

Imediatamente após a colisão,

$$\vec{p}_f = m\vec{v}_f$$

A variação do momento é

$$\Delta\vec{p} = m\left(\vec{v}_f - \vec{v}_i\right).$$

Agora $\vec{v}_i$ é vertical e dirigido para baixo, $\vec{v}_i = -v_i\vec{j}$, com

$$\frac{1}{2}mv_i^2 = mgh_i$$

e

$$\begin{aligned} v_i &= \sqrt{2gh_i} \\ &= \sqrt{2\times 10\times 2.0} \\ &= 6.3 \text{ m s}^{-1}. \end{aligned}$$

Por outro lado, $\vec{v}_f$ é vertical e dirigido para cima, $\vec{v}_f = v_f\vec{j}$, com

$$\frac{1}{2}mv_f^2 = mgh_f$$

ou

$$\begin{aligned} v_i &= \sqrt{2gh_f} \\ &= \sqrt{2\times 10\times 1.8} \\ &= 6 \text{ m s}^{-1}. \end{aligned}$$

Consequentemente

$$\begin{aligned} \Delta\vec{p} &= m\left(\vec{v}_f - \vec{v}_i\right) \\ &= m\left(v_f + v_i\right)\vec{j} \\ &= 6\times 10^{-2}\times\left(6.3 + 6.0\right)\vec{j} \\ &= 0.74\vec{j} \text{ kg m s}^{-1}. \end{aligned}$$

P2 - Uma mangueira de jardim é segurada da forma que se mostra na figura. Qual a força necessária para manter a mangueira estacionária se a taxa de descarga (isto é, a massa de água por unidade de tempo) é de 0.60 kg/s com uma velocidade de módulo 25 m/s?

A força exercida pela água pela mangueira é

$$\vec{F}_1 = \frac{d\vec{p}_1}{dt}$$

No intervalo de tempo $\Delta t = 1$ s, a variação do momento linear é, considerando que todos os vectores só possuem componente horizontal,

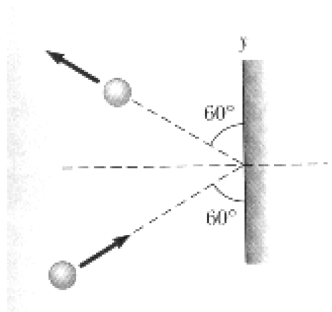
$$\begin{aligned}
\Delta p_1 &= v\Delta m \\
&= 25\,\mathrm{m/\,s} \times 0.60 \\
&= 15\,\mathrm{kg\,m/\,s}.
\end{aligned}$$

de onde

$$\begin{aligned}
F_1 &= \frac{\Delta p_1}{\Delta t} \\
&= \frac{15}{1}\,\mathrm{N}.
\end{aligned}$$

De acordo coma 3.^{a} lei de Newton, a água exerce na mangueira uma força de igual módulo e sentido oposto, que se transmite à mão que a segura, ou seja, a força necessária para manter a mangueira estacionária terá módulo igual 15 N.

P3 - Uma bola de aço de $3.0\,\mathrm{kg}$ é atirada contra uma parede com uma velocidade de módulo $10\,\mathrm{m/\,s}$ e segundo um ângulo de $60\,^\circ$ com a superfície. Ela ressalta com uma velocidade, com o mesmo módulo e segundo o mesmo ângulo, como se mostra na figura. Se a bola está em contacto com a parede durante $0.20\,\mathrm{s}$, qual é a força média exercida pela parede sobre a bola?



$$\begin{aligned}
\Delta\vec{p} &= m\left(\vec{v}_f - \vec{v}_i\right) \\
&= m\left[v_{fx}\vec{i} - \left(-v_{ix}\vec{i}\right)\right] \\
&= m\left(v_{fx} + v_{ix}\right)\vec{i} \\
&= 2 \times 3 \times 10 \times \cos 30°\vec{i} \\
&= 52\,\vec{i}\ \mathrm{kg\ m\ s^{-1}}.
\end{aligned}$$

Consequentemente

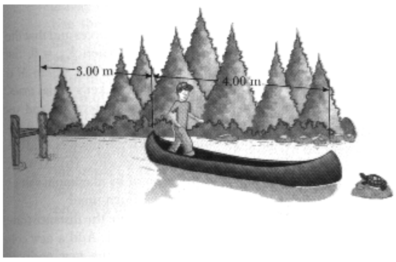
$$\begin{aligned}
\overline{\vec{F}} &= \frac{\Delta\vec{p}}{\Delta t} \\
&= \frac{52}{0.20}\,\vec{i} \\
&= 2.6 \times 10^2\ \mathrm{N}.
\end{aligned}$$

P4 - Uma criança com massa $40.0\,\mathrm{kg}$ está de pé numa das extremidades de um barco de massa $70\,\mathrm{kg}$ e com $4.00\,\mathrm{m}$ de comprimento. O barco inicialmente em repouso está a $3.00\,\mathrm{m}$ do cais. A criança repara que sobre uma rocha, situada junto da outra extremidade do barco, está uma tartaruga, e começa a andar para aquela extremidade para apanhar a tartaruga. (Despreze o atrito entre o barco e a água).

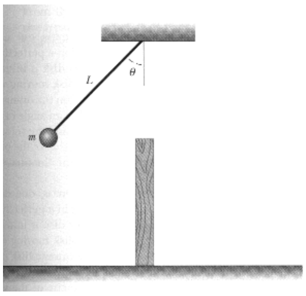
a) Descreva o movimento subsequente do sistema criança mais barco.

b) Onde está a criança relativamente ao porto, quando ela atinge a extremidade do barco?

c) Será que ela apanha a tartaruga?(Presuma que a criança se pode debruçar até $1.00\,\mathrm{m}$ para fora da extremidade do barco).



P5 - Uma bola de massa m está suspensa de uma corda de comprimento L sobre um bloco que está apoiado numa das suas extremidades, com se mostra na figura 4. A bola é largada de um ângulo θ. Na tentativa A, a bola ressalta elasticamente após chocar com o bloco. Na tentativa B, fita-cola força a bola a ficar agarrada ao bloco numa colisão totalmente inelástica. Em qual dos casos é mais provável que a bola faça tombar o bloco?



No 1. caso, a conservação do momento linear exprime-se na forma

$$m v_{\mathrm{i}} = m v_{\mathrm{f}} + M V_{\mathrm{f}}$$

em que M e V_f são, respectivamente, a massa e a velocidade do topo do bloco após a colisão. Como

$$v_{\mathrm{f}} = -v_{\mathrm{i}},$$

temos

$$V_{\mathrm{f}} = \frac{2m}{M}$$

No 2.^{o} caso,

$$m v_{\mathrm{i}} = (m + M)\, V_{\mathrm{f}}'$$

e

$$V_{\mathrm{f}}' = \frac{m}{m+M} v_{\mathrm{i}}$$

É mais provável o bloco tombar no 1.^{o} caso.

P6 - Um homem de $75.0\,\mathrm{kg}$ está de pé sobre um barco de $100.0\,\mathrm{kg}$, em repouso sobre água parada. Ele está de frente para a parte de trás do barco e atira uma pedra de $5.00\,\mathrm{kg}$ para fora do barco com uma velocidade de $20.0\,\mathrm{m/s}$. O barco desloca-se para a frente e acaba por parar a $4.2\,\mathrm{m}$ da sua posição inicial. Calcule:

a) a velocidade inicial do barco;

b) a perda de energia mecânica devida à força de atrito exercida pela água;

c) o coeficiente de atrito entre a água e o barco.

a) O momento linear total inicial do sistema homem+barco+pedra é $\mathbf{P}_\mathrm{i}= \mathbf{0}$. Imediatamente após o lançamento, como as únicas forças envolvidas são internas, temos $\mathbf{P}_\mathrm{f} = \mathbf{0}$. Mas

$$\mathbf{P}_\mathrm{f} = m_\mathrm{p}\vec{v}_\mathrm{p} + (m_\mathrm{h} + m_\mathrm{b})\,\vec{v}_\mathrm{b} = \mathbf{0}$$

e segundo um eixo horizontal,

$$-m_\mathrm{p}v_\mathrm{p} + (m_\mathrm{h} + m_\mathrm{b})\,v_\mathrm{b} = 0$$

de onde, a velocidade inicial do barco é

$$\begin{aligned} v_\mathrm{b} &= \frac{m_\mathrm{p}}{m_\mathrm{h} + m_\mathrm{b}} v_\mathrm{p} \\ &= \frac{5.00}{75.0 + 100.0} \times 20.0 \\ &= 0.57 \text{ m s}^{-1}. \end{aligned}$$

b) A perda de energia mecânica devida ao atrito é igual à energia cinética inicial do sistema barco+homem:

$$\begin{aligned} \Delta E &= \frac{1}{2}(m_\mathrm{h} + m_\mathrm{b})\,v_\mathrm{b}^2 \\ &= \frac{1}{2}(75.0 + 100.0)\,0.57^2 \\ &= 28.4 \text{ J}. \end{aligned}$$

c) A força de atrito é obtida $\Delta E = F_\mathrm{a}\Delta x$, ou

$$\begin{aligned} F_\mathrm{a} &= \frac{\Delta E}{\Delta x} \\ &= \frac{28.4}{4.2} \\ &= 6.7 \text{ J}. \end{aligned}$$

e como

$$\begin{aligned} F_\mathrm{a} &= \mu N = \mu P \\ &= \mu\,(m_\mathrm{h} + m_\mathrm{b})\,g \end{aligned}$$

e

$$\begin{aligned} \mu &= \frac{F_\mathrm{a}}{(m_\mathrm{h} + m_\mathrm{b})\,g} \\ &= \frac{6.7}{175 \times 10} \\ &= 0.004 \end{aligned}$$

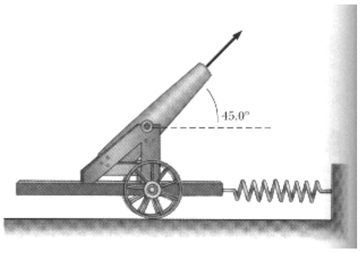
P7 - Um canhão está rigidamente ligado a um carro, o qual se pode mover ao longo de um carril horizontal, mas que está ligado a um poste por uma grande mola com constante

de força $k = 2.00 \times 10^4\,\mathrm{N/m}$, como se mostra na figura. O canhão dispara um projéctil de $200\,\mathrm{kg}$ com velocidade de módulo $125\,\mathrm{m/s}$ dirigido $45\,°$ acima da horizontal. Considere que a massa do canhão mais a do carro é $5000\,\mathrm{kg}$.

a) Determine a velocidade de recuo do canhão.

b) Qual a extensão máxima da mola?

c) Considere que o sistema é constituído pelo canhão, carro e projéctil, e diga, justificando, se o momento deste sistema se conserva ou não durante o disparo.



A componente do momento linear total do sistema carro+canhão+bala mantem-se nula durante o processo. Portanto, imediatamente após a bala ser disparada,

$$MV - mv\cos 45° = 0$$

de onde

$$\begin{aligned} V &= \frac{m}{M} v \cos 45° \\ &= \frac{200}{5000} 125 \cos 45° \\ &= 3.54 \text{ m s}^{-1} \end{aligned}$$

b) A energia cinética inicial do canhão+carro trnsformou-se em energia potencial da mola quando a extensão desta é máxima:

$$\frac{1}{2}Kx^2 = \frac{1}{2}MV^2$$

ou

$$\begin{aligned} x &= V\sqrt{\frac{M}{K}} \\ &= 3.54\sqrt{\frac{5000}{2.00 \times 10^4}} \\ &= 1.77 \text{ m.} \end{aligned}$$

c) Só se conserva a componente horizontal do momento. O momento total *não* se conserva.

P8 - Uma bala de $20.0\,\mathrm{g}$ é disparada horizontalmente sobre um bloco de madeira de $1.0\,\mathrm{kg}$, em repouso sobre uma superfície horizontal com coeficiente de atrito $\mu = 0.25$. A bala atravessa o bloco e emerge dele com uma velocidade de $250\,\mathrm{m/s}$. Se o bloco se deslocar então de $5.0\,\mathrm{m}$ antes de parar, qual era a velocidade inicial da bala?

Durante a colisão o momento linear segundo o eixo dos x (horizontal) conserva-se:

$$m_{\mathrm{ba}} v_{\mathrm{ba}i} = m_{\mathrm{ba}} v_{\mathrm{ba}f} + m_{\mathrm{bl}} v_{\mathrm{bl}f}$$

de onde,

$$v_{\mathrm{ba}i} = \frac{m_{\mathrm{ba}} v_{\mathrm{ba}f} + m_{\mathrm{bl}} v_{\mathrm{bl}f}}{m_{\mathrm{ba}}}$$

Por outro lado, a força de atrito que actua no bloco é

$$f_{\rm a} = \mu m_{\rm bl} g$$

O trabalho realizado pela força de atrito é igual a variação da energia cinética do bloco:

$$f_{\rm a}\ell = -\frac{1}{2} m_{\rm bl} v_{{\rm bl}f}^2$$

de onde

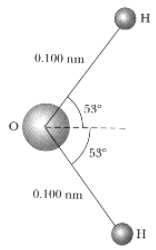
$$v_{{\rm bl}f} = \sqrt{2\mu g \ell}$$

e

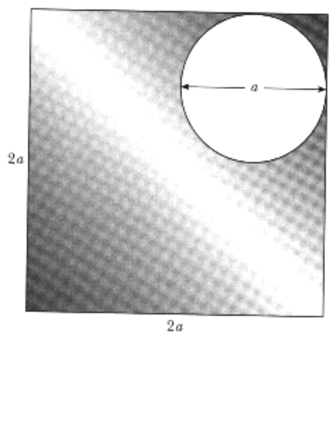
$$\begin{aligned} v_{{\rm ba}i} &= \frac{m_{\rm ba} v_{{\rm ba}f} + m_{\rm bl}\sqrt{2\mu g\ell}}{m_{\rm ba}} \\ &= \frac{0.02 \times 250 + 1 \times \sqrt{2 \times 0.25 \times 10 \times 5}}{0.02} \\ &= 5.0 \times 10^2. \end{aligned}$$

P9 - Um núcleo instável de massa 17×10^{-27} kg, inicialmente em repouso, desintegra-se em três partículas. Uma das partículas, de massa $5.0 \times 10^{-27}\,\mathrm{kg}$, move-se ao longo do eixo-y com uma velocidade de módulo $6.0 \times 10^6\,\mathrm{m/s}$. Outra partícula de massa $8.4 \times 10^{-27}\,\mathrm{kg}$, move-se ao longo do eixo-x com uma velocidade de módulo $4.0 \times 10^6\,\mathrm{m/s}$. Determine:
a) a velocidade da terceira partícula;
b) a energia total "perdida"no processo.

P10 - Uma molécula de água é consistituída por um átomo de oxigénio ligado a dois átomos de hidrogénio, como se mostra na figura. O ângulo entre as duas ligações é $106\,^\circ$ e cada ligação tem $0.100\,\mathrm{nm}$ de comprimento. Onde se situa o centro de massa da molécula?

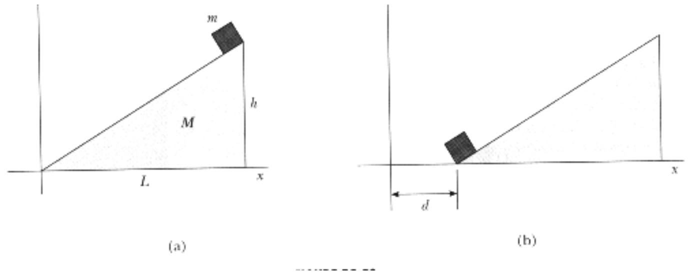


P11 - Uma folha uniforme de metal, de forma quadrada com lado $2a$, tem cortado um buraco circular de diâmetro a, como se mostra na figura. Onde se situa o centro de massa da folha?



P12 - Um bloco de massa $m = 2.0\,\mathrm{kg}$ está colocado no topo de um plano inclinado de massa $M = 8.0\,\mathrm{kg}$, altura $h = 2.0\,\mathrm{m}$ e base $L = 6.0\,\mathrm{m}$. Se o bloco é largado a partir do repouso (a), qual a distância de que se deslocou o plano inclinado quando o bloco atinge a base (b)?

(Sugestão: a coordenada x do centro de massa do sistema bloco mais plano inclinado não se altera, porquê?)



Inicialmente, a coordenada segundo o eixo dos x da posição do centro de massa do sistema é dada, num referencial com origem no ponto maos baixo do plano inclinado, por

$$X_{\mathrm{CM}} = \frac{M x_{\mathrm{cmb}} + mL}{M+m}$$

Após o bloco chegar à base, a posição do centro de massa do sistema é:

$$X'_{\mathrm{CM}} = \frac{M\left(x_{\mathrm{cmb}} + \ell\right) + m\ell}{M+m},$$

em que ℓ é a distância de que se deslocou, no sentido positivo do eixo dos xo plano inclinado. Como $X_{\mathrm{CM}} = X'_{\mathrm{CM}}$, temos

$$\begin{aligned}
\frac{M x_{\mathrm{cmb}} + mL}{M+m} &= \frac{M\left(x_{\mathrm{cmb}} + \ell\right) + m\ell}{M+m} \\
mL &= (M+m)\,\ell \\
\ell &= \frac{m}{M+m}L \\
&= \frac{2.0}{2.0+8.0}6.0 \\
&= 1.2 \text{ m.}
\end{aligned}$$

(Sugestão: a coordenada x do centro de massa do sistema bloco mais plano inclinado é fixa, porquê?)

Folha de Cálculo:

S1 - Um foguetão tem uma massa inicial de $20000\,\mathrm{kg}$, da qual 20% é carga de combustível. O foguetão queima combustível a uma taxa de $200\,\mathrm{kg/s}$ e expele gás a uma velocidade relativa de $2.00\,\mathrm{kg/s}$. A sua aceleração, dv/dt,é determinada pela equação de movimento

$$M\frac{dv}{dt} = v_e\left|\frac{dM}{dt}\right| + F_{ext.}$$

Considere que não existem forças externas aplicadas e que a velocidade inicial do foguetão é zero. A velocidade do foguetão é então dada por

$$\mathbf{v(t)} = \mathbf{v}_e \ln\left(\mathbf{M}_i/\mathbf{M}\right)$$

onde M é a massa no instante t e M_i é a massa inicial do foguetão. Faça uma folha de cálculo para calcular a aceleração e a velocidade do foguetão e representar graficamente aquela velocidade em função do tempo.

a) Determine a máxima aceleração e velocidade do foguete.

b) Em que instante é a velocidade igual a metade do seu valor máximo? Porque é que este instante não é metade do tempo de queima?

S2 - Modifique a folha de cálculo de S1 para calcular a distância viajada pelo foguetão. Introduza uma coluna na folha de cálculo para determinar a nova posição x_{i+1} por

$$\mathbf{x}_{i+1} = \mathbf{x}_i + \frac{1}{2}(\mathbf{v}_{i+1} + \mathbf{v}_i)\boldsymbol{\Delta}\mathbf{t}$$

onde x_i and v_i são, respectivamente, a posição e velocidade anteriores, e v_{i+1} é a nova velocidade.